

Máquinas de Fluxo I

TEORIA DO IMPELIDOR

R. Sobral

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

rodolfo.sobral@cefet-rj.br

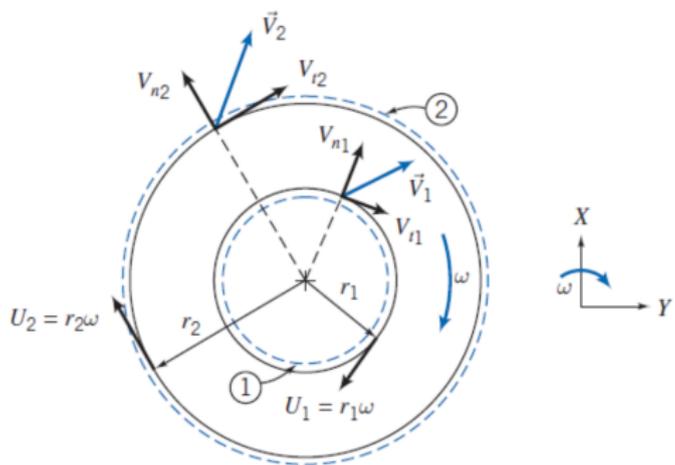
Programa do Curso - Avaliação 01

- Introdução e hipótese do contínuo
- Princípios de conservação e equações do movimento
- Similaridade dinâmica
- Tipos de escoamento
- **Funcionamento e performance**

Teoria do Impelidor

Importante na caracterização do desempenho de uma bomba, relação existente entre a altura útil de elevação da bomba e vazão do equipamento.

Para obter tal relação, é necessário recorrer a uma teoria aprofundada sobre o escoamento do líquido no interior do impelidor conhecida como Teoria do Impelidor ou **Teoria de Euler sobre Turbomáquinas**.



Premissas Básicas da Teoria do Impelidor

O escoamento do líquido no interior do impelidor é **ideal**, isto é, sem dissipação de energia, em regime **permanente** e **uniforme** por seção.

O impelidor apresenta um número **infinito** de pás **sem espessuras**, guiando perfeitamente os filetes líquidos sem turbulência. Esta condição implica que a trajetória relativa de uma partícula fluida é coincidente com a geometria da pá, o que não ocorre na prática.

Equação Fundamental das Bombas Dinâmicas

É obtida a partir do princípio da conservação da quantidade de movimento angular a um volume de controle Ω .

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} dV + \int_{\partial\Omega} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}) (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_s + \int_{\Omega} \mathbf{r} \times \rho \mathbf{g} dV + \mathbf{T}_{eixo}$$

O momento das forças superficiais (**atrito/pressão**) e das forças de campo (**gravidade**), mais o torque aplicado, levam a uma variação na quantidade de movimento angular do escoamento.

Equação Fundamental das Bombas Dinâmicas

Para análise de turbomáquinas, é conveniente escolher um volume de controle fixo englobando o rotor, a fim de avaliar o torque de eixo. Como estamos considerando volumes de controle para os quais são esperados grandes torques de eixo, os torques decorrentes de forças de superfícies podem ser ignorados em uma primeira aproximação.

A força de campo gravitacional pode ser desprezada por simetria. Então, para o escoamento em regime permanente, tem-se:

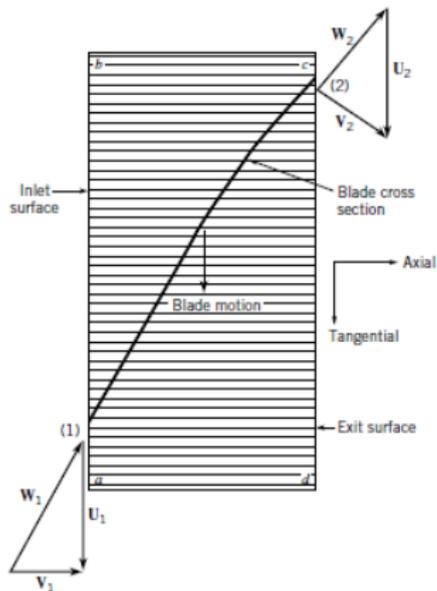
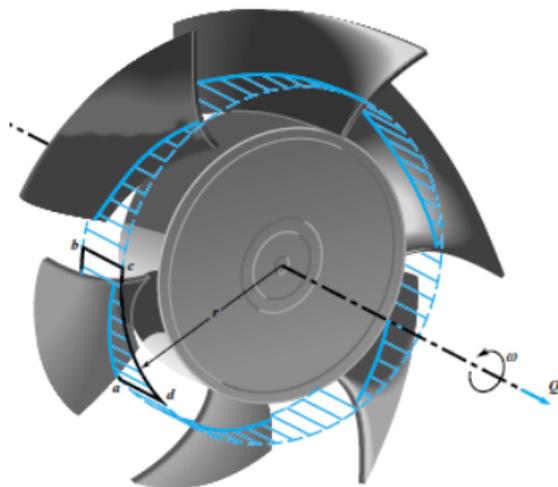
$$\int_{\partial\Omega} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}) (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS$$

Turbomáquinas:

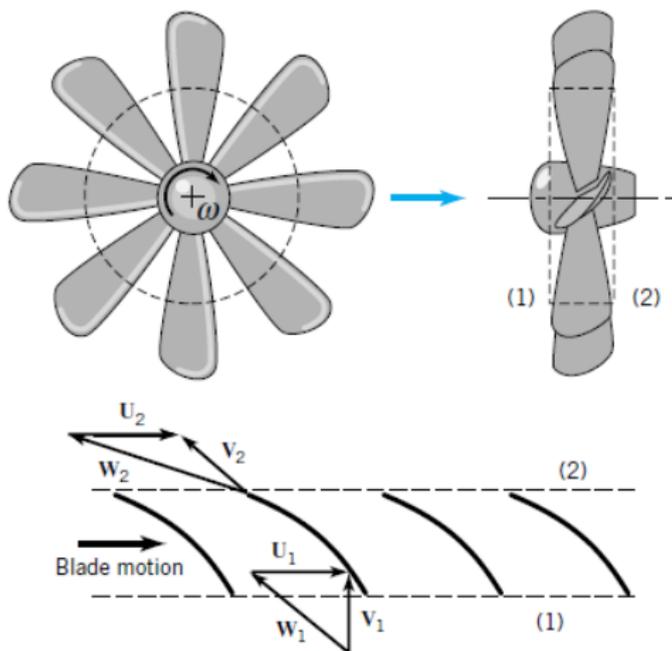
Operatriz – o torque requerido causa uma variação na *QMA* do fluido

Motriz – o torque produzido deve-se a uma variação na *QMA* do fluido.

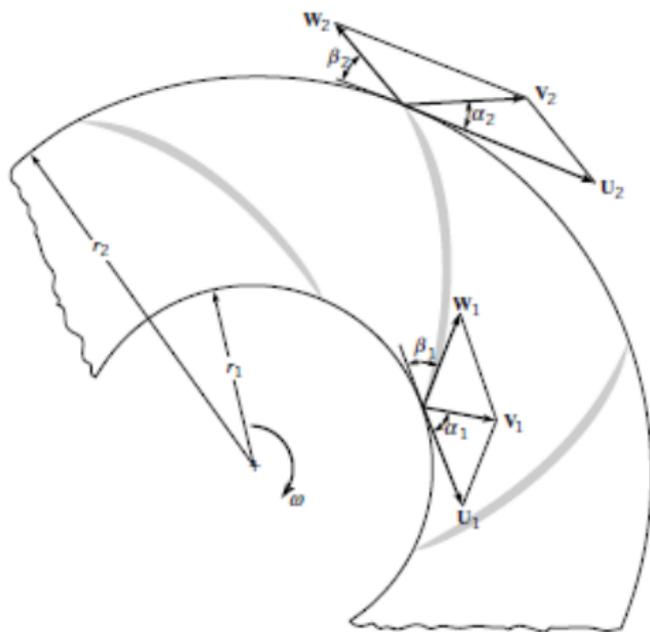
Ventilador



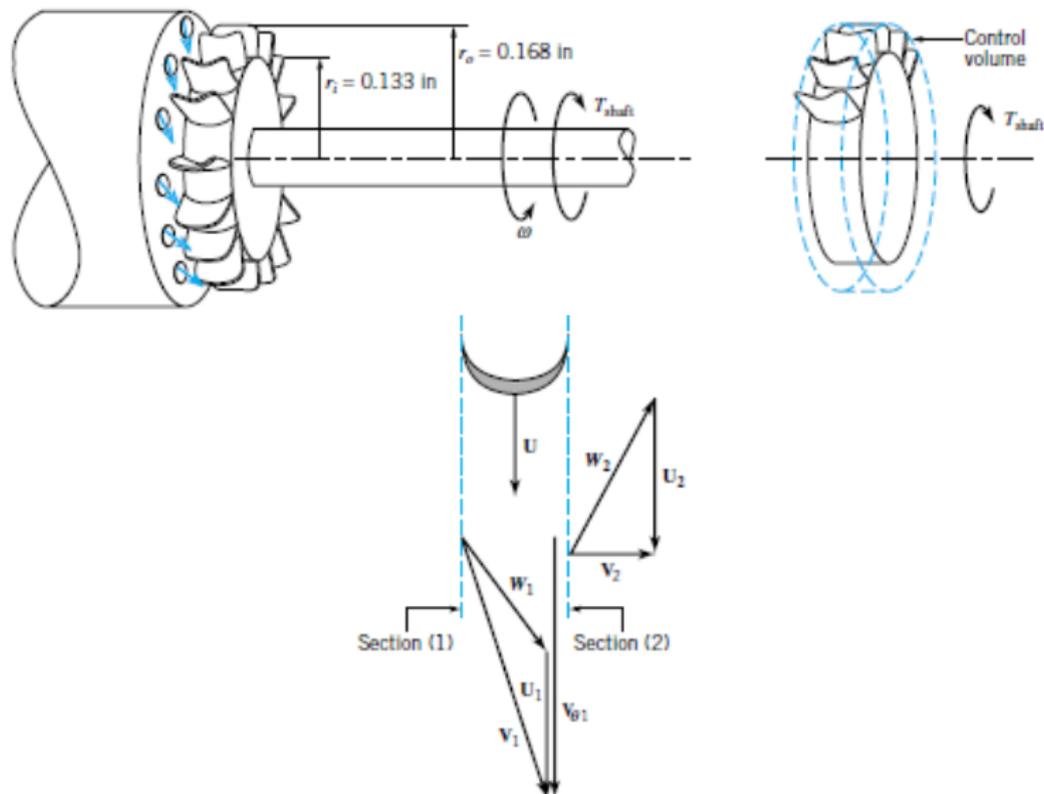
Moinho



Bomba Centrífuga



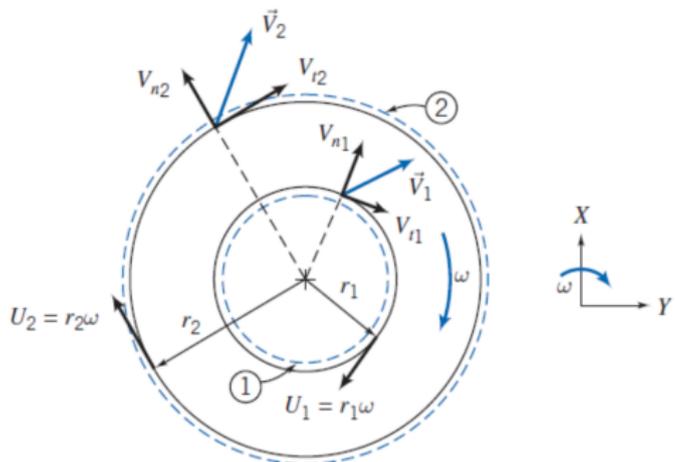
Turbina de Ação



Teoria do Impelidor

Para um volume de controle fixo circundando um rotor genérico utilizando-se sistema de coordenadas cartesiano com eixo z alinhado com o eixo de rotação da máquina, sendo v velocidade pontual absoluta uniforme e u velocidade da pá ou velocidade tangencial do rotor no raio r .

$$x = \theta \cdot r \quad \dot{x} = w \cdot r \quad \ddot{x} = \alpha \cdot r$$



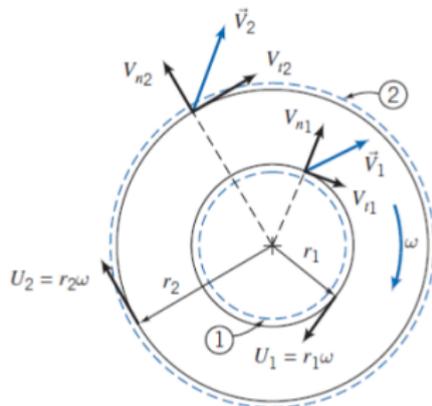
Teoria do Impelidor

O integrando ao lado direito da equação anterior é o produto $r \times v$ pela vazão mássica em cada seção, supondo escoamento uniforme na entrada e saída.

$$T_{eixo} \mathbf{k} = \dot{m} (r_2 v_{t_2} - r_1 v_{t_1}) \mathbf{k}$$

Sendo v_{t_2} componente tangencial da velocidade absoluta, tem-se a equação de Euler das turbomáquinas.

$$T_{eixo} = \dot{m} (r_2 v_{t_2} - r_1 v_{t_1})$$



Equação Fundamental das Bombas Dinâmicas

Utilizando-se a equação básica da potência de eixo e inserindo as componentes relativas as velocidades das pás, obtém-se a potência hidráulica:

$$\dot{W} = T \cdot w \quad \dot{x} = w \cdot r$$

$$\dot{W} = \dot{m} (r_2 v_{t2} - r_1 v_{t1}) w = \dot{m} (u_2 v_{t2} - u_1 v_{t1})$$

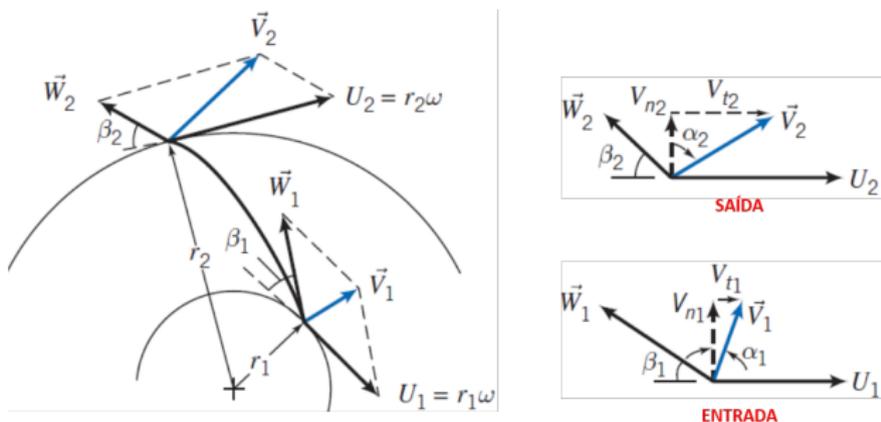
Tendo-se a equação referente a potência hidráulica, obtém-se a **carga hidráulica útil de Euler**, energia por unidade de massa adicionada ao líquido pelo impelidor:

$$\dot{W} = \gamma Q H \quad \dot{W} = \dot{m} g H$$

$$H_E = \frac{u_2 v_{t2} - u_1 v_{t1}}{g}$$

Polígono de Velocidades

Tal polígono faz-se necessário na dedução das componentes da velocidade do fluido nas seções de entrada e saída. Sendo v velocidade absoluta, W velocidade relativa à pá, u velocidade do rotor, tem-se:



$$v = u + W$$

VELOCIDADE ABSOLUTA = VELOCIDADE DO ROTOR + VELOCIDADE RELATIVA À PÁ 

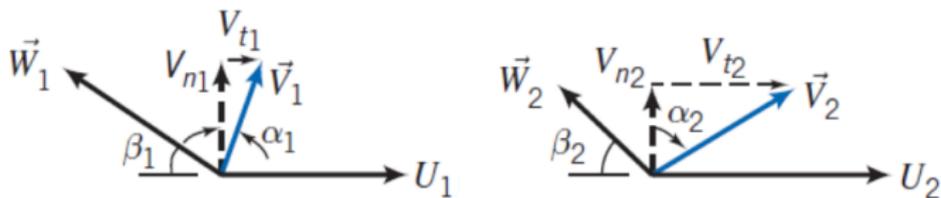
Polígono de Velocidades

Hipótese da uniformidade dos perfis de velocidade das partículas fluidas assegura que um único vetor, velocidade absoluta da partícula (v), representa o escoamento na entrada (1) e na saída (2) do impelidor. Através da soma vetorial:

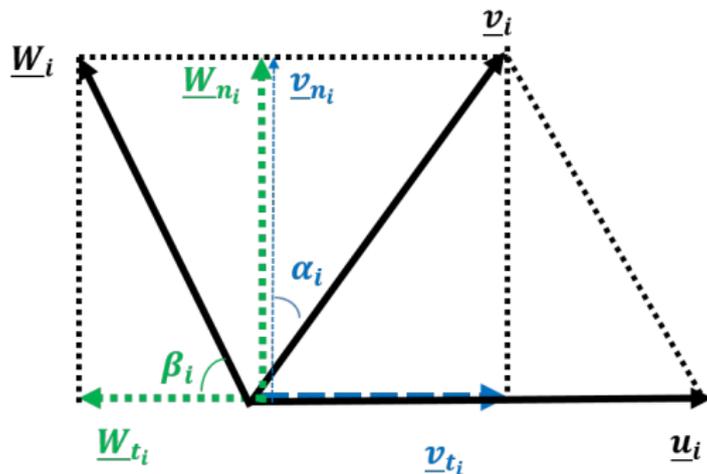
$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{W}$$

VELOCIDADE ABSOLUTA = VELOCIDADE DO ROTOR + VELOCIDADE RELATIVA À PÁ

Sendo α o ângulo da velocidade absoluta do fluido (entre v velocidade absoluta e direção normal) e β o ângulo de entrada/saída na pá (entre W velocidade relativa à pá e direção tangencial).



Triângulo de Velocidades



Analisando: $\underline{v} = \underline{u} + \underline{W}$

- Eixo y: $\underline{v}_{n_i} = \underline{u}_{n_i} + \underline{W}_{n_i}$, ou seja, $\underline{v}_{n_i} = \underline{W}_{n_i}$

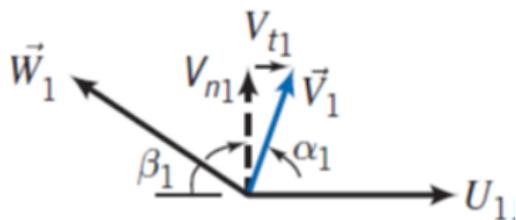
- Eixo x: $\underline{v}_{t_i} = \underline{u}_{t_i} - \underline{W}_{t_i}$

$$\underline{u}_{t_i} = \underline{v}_{t_i} + \underline{W}_{t_i} \quad \tan(\alpha_i) = \frac{\underline{v}_{t_i}}{\underline{v}_{n_i}} \quad \tan(\beta_i) = \frac{\underline{W}_{n_i}}{\underline{W}_{t_i}} = \frac{\underline{v}_{n_i}}{\underline{u}_{t_i} - \underline{v}_{t_i}}$$

Curvas Teóricas de Funcionamento

A luz da teoria do impelidor, a energia cedida ao líquido pelo impelidor depende apenas das velocidades de entrada v_1 e de saída v_2 do líquido no impelidor. Portanto, qualquer alteração na geometria das pás na entrada ou na saída do impelidor corresponderá a uma variação da altura de elevação (H_E).

A **altura máxima de elevação** de Euler ocorre quando o líquido entra radialmente no impelidor, o que implica em $v_{t1} = 0$ e , conseqüentemente, $u_1 v_{t1} = 0$. Portanto:



$$\alpha_1 = 0^\circ$$

$$\tan(\beta_1) = \frac{v_{n1}}{u_1}$$

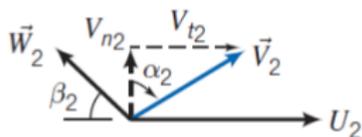
$$v_{n1} = v_1$$

Curvas Teóricas de Funcionamento

Nas condições anteriores, a altura de elevação depende apenas das condições de escoamento na saída do impelidor.

$$H_E = \frac{u_2 v_{t2}}{g}$$

Da equação figura ao lado, observa-se:



$$v_{t2} = u_2 - W_2 \cos(\beta_2)$$

Substituindo a **velocidade relativa à pá**, W_2 , pelo termo contendo o $\sin \beta$ como mostra:

$$v_{t2} = u_2 - \frac{v_{n2}}{\sin(\beta_2)} \cos(\beta_2) \quad \sin(\beta_2) = \frac{v_{n2}}{W_2} \quad W_2 = \frac{v_{n2}}{\sin(\beta_2)}$$

Curvas Teóricas de Funcionamento

Aplicando a equação $v_{t2} = u_2 - v_{n2} \cot(\beta_2)$, no cálculo da carga, obtém-se:

$$H_E = \frac{u_2 v_{t2}}{g} = \frac{u_2 [u_2 - v_{n2} \cot(\beta_2)]}{g}$$

$$H_E = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 v_{n2} \cot(\beta_2)}{g}$$

$$H_E = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 v_{n2} \cot(\beta_2)}{g} = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cot(\beta_2)}{g A_2} Q$$

$$H_E = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cot(\beta_2)}{g \cdot (\pi d_2 w)} Q$$

Sendo w a largura do rotor:

$$Q = vA \quad Q = v_{n2} \cdot (\pi d_2 w)$$

Curvas Teóricas de Funcionamento

$$H_E = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cot(\beta_2)}{g \cdot (\pi d_2 w)} Q$$

A equação acima pode ser expressa da forma:

$$H_E = C_1 - C_2 Q$$

Onde as constantes C_1 e C_2 são funções da geometria e da velocidade da máquina:

$$C_1 = \frac{u_2^2}{g} \quad C_2 = \frac{u_2 \cot(\beta_2)}{g \cdot (\pi d_2 w)}$$

Altura de carga ideal para vazão zero, denominado altura de carga de bloqueio ou *shutoff*

Curvas Teóricas de Funcionamento

A inclinação da curva $H - Q$ depende do sinal e da magnitude de C_2

$$H_E = C_1 - C_2 Q$$

- Saída Radial ($\beta_2 = 90^\circ$ e $C_2 = 0$)

Componente tangencial da velocidade absoluta na saída é igual à velocidade do rotor independente da vazão.

- Pás curvadas para Trás ($\beta_2 < 90^\circ$ e $C_2 > 0$)

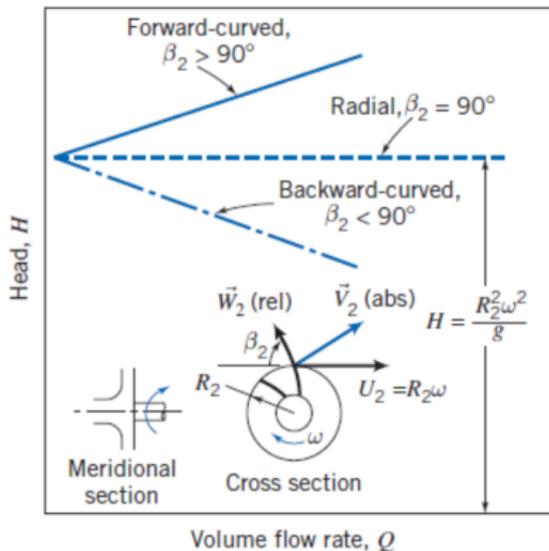
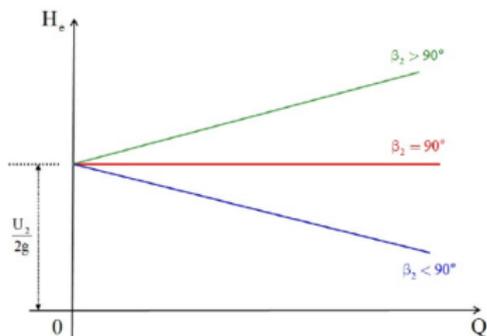
Componente tangencial da velocidade absoluta de saída é menor do que a velocidade do rotor e diminui proporcionalmente com a vazão. A carga diminui linearmente com o aumento da vazão.

Curvas Teóricas de Funcionamento

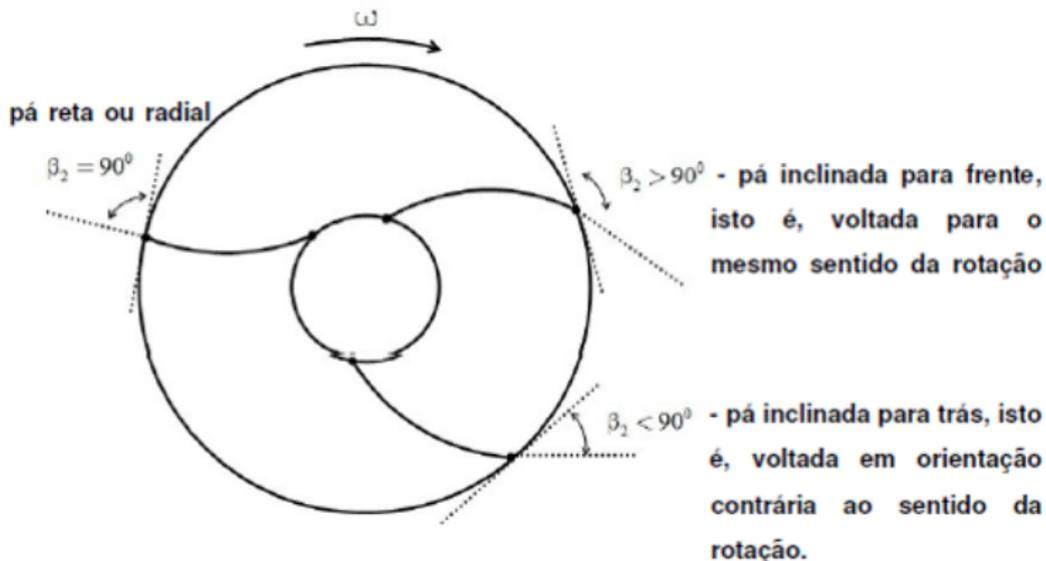
- Pás curvadas para Frente ($\beta_2 > 90^\circ$ e $C_2 < 0$)

Componente tangencial da velocidade absoluta é maior do que a velocidade do rotor e aumenta com o aumento da vazão.

A carga aumenta linearmente com o aumento da vazão.



Curvas Teóricas de Funcionamento



Curvas Teóricas de Funcionamento

- Pás curvadas para Frente

Adequadas para grandes vazões e pequenas alturas manométricas. Líquido é submetido a acelerações e velocidades muito elevadas, aumentando perdas por atrito. Necessário carcaça com um difusor de grande comprimento para converter energia cinética em pressão. Pouco uso prático, porque tendem a ter um ponto de operação instável.

- Pás curvadas para Trás

Líquido submetido a acelerações menos acentuadas, conseqüentemente a menores perdas por atrito. Além do mais, boa parte acrescida ao líquido já está na forma de pressão, o que implica em menores perdas nas transformações que ocorrem no difusor, melhorando assim a eficiência da bomba. Grandes aplicações.

Discordância entre a teoria do impelidor e os resultados experimentais

Fatores:

- Escorregamento
- Número finito de pás do impelidor
- Espessura das pás

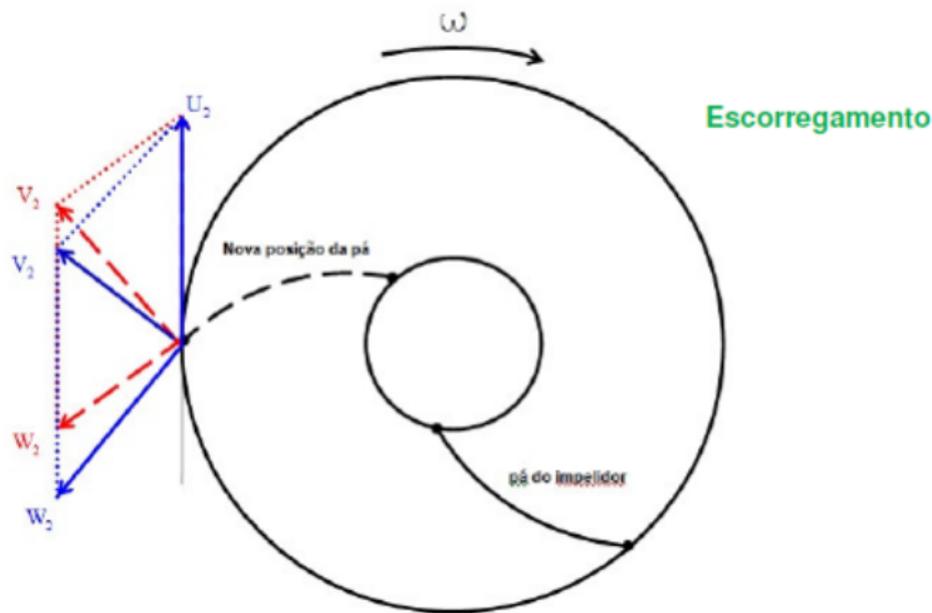
Discordância entre a teoria do impelidor e os resultados experimentais

- Escorregamento

Desvio sofrido pelos filetes líquidos na direção tangente a entrada. Tal desvio ocorre devido a entrada ser diferente da condição ideal ($\alpha_1 = 0$). Componente tangencial v_{t1} da velocidade do filete líquido na entrada do impelidor que anteriormente seria nula (ideal), experimentalmente tem seu valor computado negativamente no cálculo final da altura de elevação de Euler.

$$H_E = \frac{u_2 v_{t2} - u_1 v_{t1}}{g}$$

Discordância vetorial entre a teoria do impelidor e os resultados experimentais



Discordância entre a teoria do impelidor e os resultados experimentais

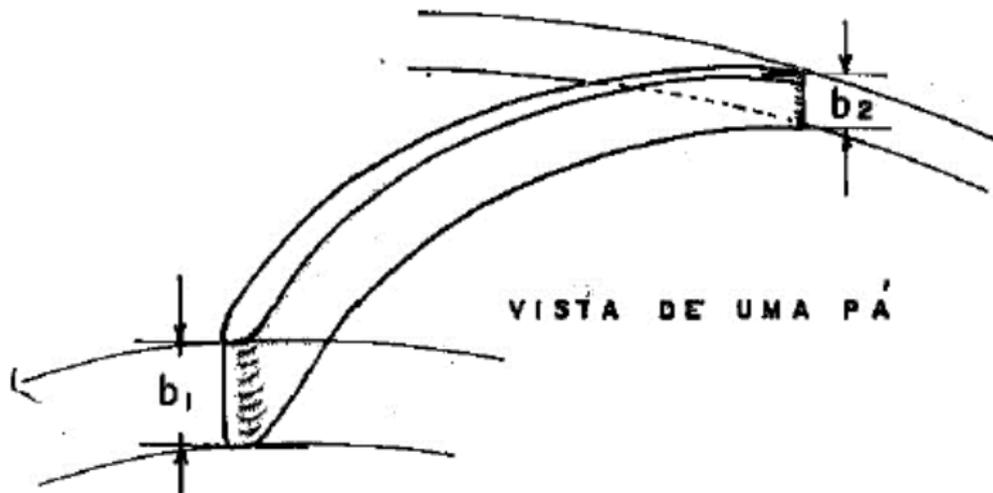
- Número finito de pás do impelidor

Número finito e reduzido de pás que NÃO conseguem guiar perfeitamente bem os filetes líquidos devido à turbulência existente. As trajetórias relativas das partículas não são rigorosamente paralelas ao perfil geométrico das pás.

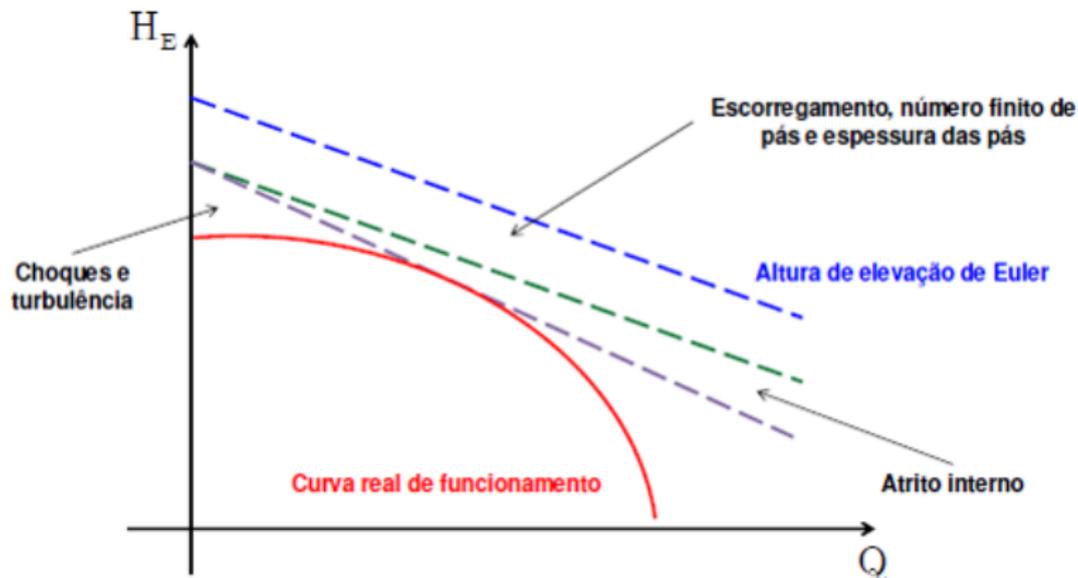
- Espessuras das pás

Espessura que diminui gradativamente desde o bordo de entrada até o bordo de saída do impelidor, conforme figura. Com a redução da espessura das pás do impelidor, a área de seção de escoamento diminui, aumentando as velocidades absolutas e relativas e, por conseguinte, as perdas por atrito.

Espessuras das pás



Parcelas de Perdas



Desempenho de Bombas

Bombas são projetadas para operar no seu ponto de máxima eficiência para valores prefixados de vazão (Q), altura útil de elevação (H_u) e velocidade de rotação (w).

Grandezas características operacionais de bombas centrífugas:

- Vazão
- Altura útil de elevação
- Velocidade de rotação
- Potência hidráulica (ou potência motriz)
- Eficiência total da bomba

Variação de Q , H_u , P_u e η com velocidade de rotação w

Considere uma bomba que, operando inicialmente num ponto de operação definido por Q_0 , H_{u0} , w_0 , P_{u0} e η_0 tem o seu ponto de operação alterado variando a sua velocidade de rotação para w passando dessa forma a operar com Q , H_u , P_u e η . Assumindo que a bomba esteja operando entre dois pontos de operação com condições de escoamentos semelhantes entre si, as seguintes relações podem ser estabelecidas:

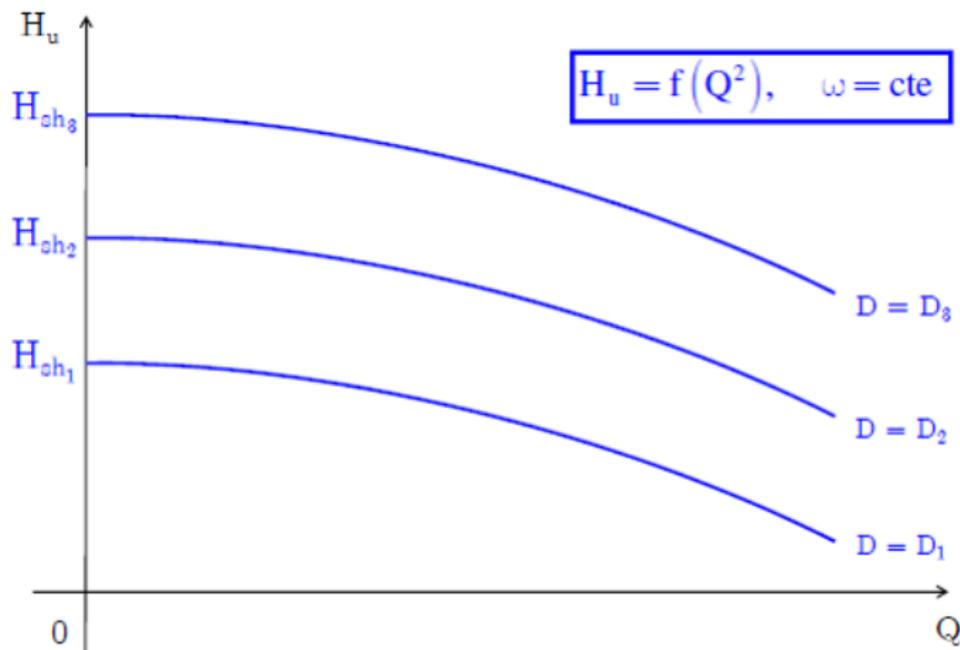
$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{w_0}{w} \qquad \frac{P_{u0}}{P_u} = \left(\frac{w_0}{w}\right)^3 \frac{\eta_0}{\eta} \qquad \frac{H_{u0}}{H_u} = \left(\frac{w_0}{w}\right)^2$$
$$\eta = 1 - (1 - \eta_0) \left(\frac{w_0}{w}\right)^{.1}$$

Equação empírica quando não se considera a eficiência constante

Curvas Características das Bombas

Obtidas por meio de ensaios, fornecidas pelos fabricantes de bombas para traduzir o desempenho de um determinado modelo do equipamento quando operando com água.

Curva característica da altura de elevação em função da vazão



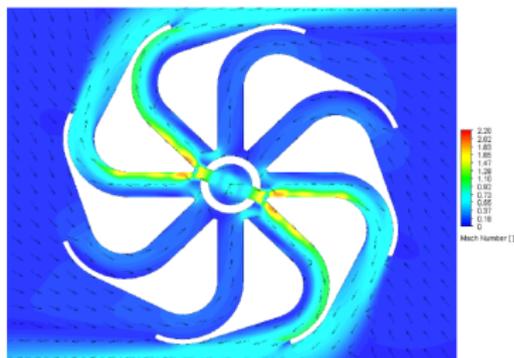
Vídeo 01

Vídeo 02

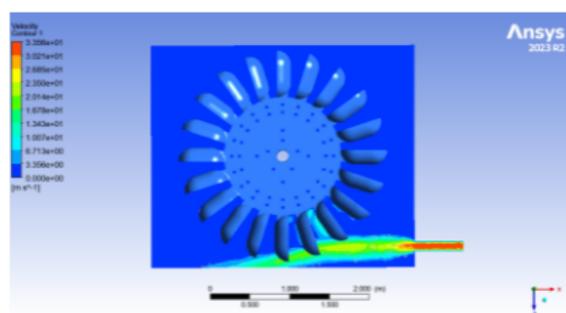
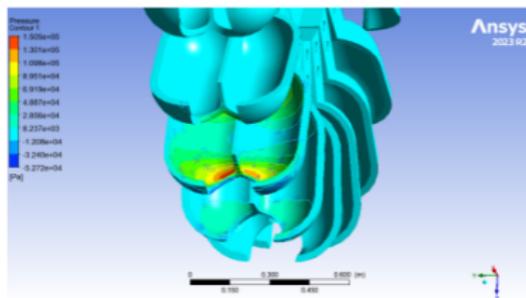
Vídeo 03

Aplicações

- **Turbine Blades** - <https://doi.org/10.3390/en14175292>



- **Tingúá** - <https://biblioteca.cefet-rj.br/index.html>



"Há uma força motriz mais poderosa que o vapor, eletricidade e energia atômica: a vontade"

Albert Einstein